

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน ด้วยวิธีการค้นพบ โดยใช้โปรแกรม

จีโอเมเตอร์ สเตจแพด

Learning Achievement on Complex Number System with the Discovery Methods by Using the Geometer's Sketchpad Program

เด่น จิตวิฆาม (Den Jitwikham)* ดร.อังสนา จันแดง (Dr.Ungsana Chundang)**

ดร.เสรษฐภัทร ชินวิริยาสิต (Dr.Settapat Chinviriyasit)**

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างบทเรียนเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนซึ่งเป็นรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้โปรแกรมจีโอเมเตอร์สเตจแพด และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนด้วยวิธีการค้นพบ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนโรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 ที่ศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2555 โดยการสุ่มแบบกลุ่ม ที่มีห้องเรียนเป็นหน่วยของการสุ่ม จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องละ 45 คน คือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/2 เป็นกลุ่มทดลอง และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5/3 เป็นกลุ่มควบคุม นักเรียนทั้งสองกลุ่มมีความสามารถระดับเดียวกัน เวลาที่ใช้ในการทดลอง 21 คาบ คาบละ 50 นาที ผลการวิจัยสรุปได้ว่า สื่อมีประสิทธิภาพระหว่างเรียนและหลังเรียนเท่ากับ 50.06/51.29 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมไม่แตกต่างกัน ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

ABSTRACT

The objective of this research are to construct the lesson about complex number system which is one of the additional mathematic subjects of upper secondary school in grade 11 by using Geometry Sketchpad Program and to study the learning achievement of students using guide discovery method. The representative sample is students of Bangpakokwittayakom School, Secondary Educational Service Area Office 1 in the first semester of year 2012. Two classrooms are randomly selected by Cluster Random Sampling method, each has 45 students. Students in class 5/2 are experimental group and students in class 5/3 are control group. Both groups have the same level of competence. Time duration using in this experiment are 21 periods, each period has 50 minutes. From the research, it is found that the effectiveness of created exercises between the process and after the process is 50.06/51.29 and the learning achievement of students from both groups are not different with statistical significance .05.

คำสำคัญ: ระบบจำนวนเชิงซ้อน การเรียนด้วยวิธีการค้นพบ โปรแกรมจีโอเมเตอร์สเตจแพด

Key Words: Complex Number System, Guide Discovery Method, Geometer's Sketchpad Program

* นักศึกษา หลักสูตรวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาการสอนคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

** รองศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

บทนำ

ปัจจุบันโลกมีความเจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็ว เนื่องจากความรู้ทางด้านเทคโนโลยีและวิทยาการอันทันสมัยที่เกิดขึ้น คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดของมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดอย่างสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบระเบียบ มีแบบแผน และเป็นรากฐานของวิทยาการหลายสาขา ทั้งด้านวิทยาศาสตร์เทคโนโลยี เศรษฐกิจ สังคม ตลอดจนพื้นฐานสำหรับการค้นคว้าวิจัยทุกประเภท จุดประสงค์ในการสอนคณิตศาสตร์นั้นเพื่อต้องการให้ผู้เรียนมีความรู้ ความเข้าใจ มีทักษะในการคิดคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รู้คุณค่าของคณิตศาสตร์ สามารถนำประสบการณ์ทางด้านความรู้ ความคิด ทักษะที่ได้ไปเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวัน การเรียนการสอนจึงจำเป็นต้องเน้นให้จดจำข้อมูล ทักษะพื้นฐาน เพื่อพัฒนาให้ผู้เรียนได้มีความเข้าใจในหลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพียงพอที่จะนำไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ใหม่ ๆ ได้ ผู้เรียนต้องได้ประสบการณ์การเรียนรู้ที่หลากหลาย เช่น การสืบค้น การคาดเดา การตรวจสอบ การอธิบาย การอภิปราย และการให้เหตุผลในกิจกรรมการแก้ปัญหา จะช่วยให้เกิดความเข้าใจ พัฒนาความสามารถ และกระบวนการแก้ปัญหาจากการดำเนินกิจกรรมต่าง ๆ ด้วยตัวเอง การจัดการศึกษาตามพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 กำหนดแนวทางการจัดการศึกษาของชาติ ตามมาตรา 22 ให้หลักการว่า “การจัดการศึกษาต้องยึดหลักว่าผู้เรียนทุกคนมีความสามารถเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้ และผู้เรียนมีความสำคัญในการเรียนรู้ กระบวนการจัดการศึกษาต้องส่งเสริมให้ผู้เรียนสามารถพัฒนาได้เต็มตามศักยภาพ” มาตรา 66 “ผู้เรียนมีสิทธิ์ได้รับการพัฒนาขีดความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เพื่อการศึกษาในโอกาสแรกที่ทำได้ เพื่อให้มีความรู้และทักษะเพียงพอที่จะใช้เทคโนโลยี เพื่อการศึกษาในการแสวงหาความรู้ด้วยตนเองได้อย่างต่อเนื่องตลอดชีวิต” และมาตรา 67 “รัฐต้องส่งเสริมให้มีการวิจัยและพัฒนาการผลิตและการพัฒนาเทคโนโลยี

เพื่อการศึกษา รวมทั้งการติดตาม ตรวจสอบ และประเมินผลการใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษา เพื่อให้เกิดการใช้ที่คุ้มค่าและเหมาะสมกับกระบวนการเรียนรู้ของคนไทย” (กฤษฎาง, 2542) กระทรวงศึกษาธิการได้เล็งเห็นความสำคัญการใช้เทคโนโลยีเพื่อการศึกษา จึงได้กำหนดวิสัยทัศน์ในแผนแม่บทเทคโนโลยีสารสนเทศและการสื่อสารเพื่อการศึกษา พ.ศ. 2550 – 2554 ดังนี้ “ผู้เรียน ผู้สอน บุคลากรทางการศึกษา และประชาชน ใช้ประโยชน์จาก ICT ในการเข้าถึงบริการทางการศึกษา ได้เต็มศักยภาพ อย่างมีจริยธรรม มีสมรรถนะทาง ICT ตามมาตรฐานสากล” เพื่อเป็นแนวทางการพัฒนาการศึกษาในภาพรวมอย่างเป็นรูปธรรม ผู้สอนจึงต้องเปลี่ยนแปลงบทบาทจากการเป็นผู้ชี้แนะ ผู้ถ่ายทอดความรู้ไปเป็นผู้ช่วยเหลือส่งเสริมและสนับสนุนผู้เรียนให้แสวงหาความรู้จากสื่อและแหล่งเรียนรู้ต่างๆ พร้อมทั้งให้ข้อมูลที่ถูกต้องแก่ผู้เรียน

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ตามแนวทางการปฏิรูปการศึกษาของประเทศไทยในปัจจุบัน ประสงค์ให้ครูคณิตศาสตร์ทั่วประเทศใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ (ICT) ช่วยในการจัดการเรียนการสอน เป็นปัญหาใหญ่สำหรับครูที่ไม่มีแนวคิดการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน แม้ว่าครูเหล่านั้นจะมีความรู้ความสามารถสูงและเชี่ยวชาญในการสอนคณิตศาสตร์ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2548) ตระหนักถึงความสำคัญของการนำเทคโนโลยีมาใช้ในการจัดกระบวนการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ที่สูงขึ้น มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้ และคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงบทบาทของครูผู้สอน สถาบันฯ ได้พิจารณาว่าโปรแกรมจีโอเมตริกส์ สเตชแพด ซึ่งเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปที่สามารถเรียนรู้ได้ไม่ยากและทำให้ครูที่ได้รับการอบรมเกิดแนวคิดในการนำไปบูรณาการกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซอฟต์แวร์จีโอเมตริกส์ สเตชแพด ช่วยเสริมแนวคิดทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับพีชคณิต ตรีโกณมิติ แคลคูลัส และเรื่องอื่นๆ ได้เป็น

อย่างดี เพราะสามารถนำไปใช้สำหรับสร้าง สारว
วิเคราะห์ และค้นหาสมบัติสิ่งต่างๆที่เกี่ยวกับเนื้อหา
คณิตศาสตร์หลายด้าน โปรแกรมจีโอเมตริกส์ก็แสดง
สามารถนำเสนอบทเรียนบางเรื่องที่เนื้อหาเป็น
นามธรรมไปสู่เนื้อหาที่เป็นรูปธรรม

ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช
2551 ของกระทรวงศึกษาธิการ ได้กำหนดให้
สถานศึกษาที่เปิดสอนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
สาขาวิชาวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และสาขาวิชา
คณิตศาสตร์-อังกฤษ จัดการเรียนการสอนรายวิชา
คณิตศาสตร์เพิ่มเติม โดยแต่ละสถานศึกษาสามารถจัด
เนื้อหาได้ตามความเหมาะสมและสอดคล้องกับ
หลักสูตรแกนกลางในปี 2551 โรงเรียนบางปะกอก
วิทยาคมได้กำหนดให้ เนื้อหาเรื่องระบบจำนวน
เชิงซ้อนเป็นส่วนหนึ่งในรายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่เรียนสาขา
วิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ และสาขาคณิตศาสตร์-
อังกฤษ เนื้อหาเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนเป็นเนื้อหา
ใหม่ที่ผู้เรียนไม่เคยศึกษาและมีวิวัฒนาการมาจากเรื่อง
ของจำนวนในระบบจำนวนจริง นอกจากนี้ผู้บริหาร
ของโรงเรียนบางปะกอกวิทยาคมมีนโยบายส่งเสริมให้
ครูทุกคนใช้เทคโนโลยีในกระบวนการเรียนการสอน
แต่ในทางปฏิบัติ ครูส่วนใหญ่จะใช้เทคโนโลยีเพื่อ
อำนวยความสะดวกในการเรียนการสอน เช่น ใช้
ประกอบการบรรยาย อธิบาย ยกตัวอย่าง และครูเป็นผู้
สรุปเนื้อหา แล้วให้ผู้เรียนฝึกปฏิบัติจากแบบฝึกหัดใน
หนังสือแบบเรียนหรือเอกสารประกอบการเรียน ซึ่ง
วิธีการสอนดังกล่าวไม่แตกต่างไปจากการเรียนการ
สอนตามแบบปกติ เนื่องจากผู้วิจัยเป็นครูสอนใน
ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบางปะกอก
วิทยาคม ได้พบปัญหาของผู้เรียนที่เรียนเรื่องระบบ
จำนวนเชิงซ้อนในหลายประเด็น คือผู้เรียนมีความ
สับสนระหว่างจำนวนจริง และจำนวนเชิงซ้อน ทำให้
เกิดความผิดพลาดในการหาผลลัพธ์ทางพีชคณิต ผู้เรียน
ไม่เข้าใจการหามุม θ ทำให้ไม่สามารถจัดรูปของ
 $z = a + bi$ ให้อยู่ในรูปเชิงขั้ว

$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ได้ ซึ่งรูปแบบจำนวนเชิงขั้ว
มีผลกระทบกับการหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
และ ผู้เรียนส่วนใหญ่หารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
ได้เฉพาะรากที่เป็นจำนวนจริง มีเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่
หารากที่เป็นจำนวนเชิงซ้อนได้ ปัญหาดังกล่าวได้เกิด
ขึ้นกับโรงเรียนอื่นด้วย โดยไอริน (2551) ได้แก้ปัญหา
นี้ด้วยวิธีการนำเสนอโมดูลของจำนวนเชิงซ้อนผ่าน
กราฟ โดยใช้กระดานกราฟเป็นเครื่องมือ พบว่า ผู้เรียน
ทุกคนจำแนกความแตกต่างระหว่างจำนวนเชิงซ้อน
จำนวนจริงและจำนวนจินตภาพได้ และบอกความ
แตกต่างระหว่างจำนวนจริงกับจำนวนจินตภาพได้
กำหนดนิยาม การบวก ลบ คูณ และหาร จำนวน
เชิงซ้อน นิยามของสังยุค ขนาด รูปเชิงขั้ว รากที่ n ของ
จำนวนเชิงซ้อน ได้อย่างถูกต้อง ส่วนทักษะการคิด
คำนวณนักเรียนจำนวนไม่น้อยกว่า 70% คำนวณหา
ผลบวก ผลลบ ผลคูณ และผลหารจำนวนเชิงซ้อน
ขนาดของจำนวนเชิงซ้อน รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
และหาคำตอบของสมการพหุนามที่กำหนดได้อย่าง
ถูกต้อง อย่างไรก็ตามการใช้กระดานกราฟในการเรียน
การสอนอาจเกิดความคลาดเคลื่อนในการสร้างรูป ซึ่ง
จากงานวิจัยของปริทรรศน์ (2553) ที่ศึกษา “การสร้าง
คู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องจำนวน
เชิงซ้อนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง โดยใช้
โปรแกรมจีโอเมตริกส์ สก็ตซ์แพค” ซึ่งจากผลการศึกษา
ดังกล่าวทำให้ได้คู่มือที่สร้างมีความเหมาะสมตามความ
ต้องการของครูผู้สอนที่ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้สร้างองค์
ความรู้ด้วยตนเอง และสามารถนำไปใช้ในกิจกรรมการ
เรียนการสอนได้ แต่อย่างไรก็ตามจากการค้นคว้า
งานวิจัยในเรื่องนี้ยังไม่มีใครนำไปใช้ในการเรียนการ
สอนที่ทำให้ผู้เรียนค้นพบคุณสมบัติจำนวนเชิงซ้อน
ปัจจุบันงานวิจัยเกี่ยวกับการเรียนการสอนเรื่องระบบ
จำนวนเชิงซ้อน โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกส์
สก็ตซ์แพค ในระดับมัธยมศึกษายังมีน้อย จากงานวิจัย
ทั้ง 2 ท่าน พบว่า การอธิบายคุณสมบัติของระบบ
จำนวนเชิงซ้อน ด้วยรูปแบบของกราฟ ทำให้ผู้เรียนมี
ความรู้ความเข้าใจ คุณสมบัติ ข้อกำหนด และนิยาม

ของจำนวนเชิงซ้อนได้อย่างถูกต้อง ประกอบการใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเก็ทแพดเป็นเครื่องมือในการอธิบาย ทำให้ผู้เรียนมีความเข้าใจเนื้อหาที่มีลักษณะเป็นนามธรรม ผู้เรียนเกิดความเข้าใจเป็นรูปธรรมที่เกี่ยวข้องได้ และสามารถสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง รูปแบบการเรียนการสอนที่สามารถทำให้ผู้เรียนค้นพบคุณสมบัติต่างๆของจำนวนเชิงซ้อนได้ด้วยตนเอง จะทำให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์แก้ปัญหาต่างๆได้ ซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการจัดการเรียนการสอนด้วยวิธีการค้นพบ ซึ่งเป็นการเรียนรู้ที่เน้นให้ผู้เรียนค้นหาคำตอบหรือความรู้ด้วยตนเอง ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเก็ทแพด เป็นเครื่องมือในการสร้างบทเรียนเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบที่มุ่งให้ผู้เรียนสามารถค้นพบองค์ความรู้ได้ด้วยตนเอง โดยให้ผู้เรียนศึกษาและฝึกทักษะจากใบกิจกรรมที่สร้างขึ้น มีครูเป็นผู้แนะแนวทาง และศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนโดยใช้สื่อดังกล่าว

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อสร้างบทเรียน เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน สำหรับการเรียนด้วยวิธีการค้นพบ โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเก็ทแพด
2. เพื่อศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน ของนักเรียนที่ได้รับการสอนด้วยวิธีการค้นพบ โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเก็ทแพด

วิธีดำเนินการวิจัย

สุ่มนักเรียนมา 2 ห้องเรียนจาก 6 ห้องเรียน แต่ละห้องจัดผู้เรียนแบบละความสามารถ ทั้ง 2 ห้องเรียน ผู้เรียนมีระดับความสามารถในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ใกล้เคียงกัน ให้กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลอง อีกกลุ่มเป็นกลุ่มควบคุม ทำการทดลองก่อนเรียนกับนักเรียนทั้งสองกลุ่ม จากนั้นให้กลุ่มทดลองเรียนรู้ด้วยวิธีการค้นพบ โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเก็ทแพด ส่วนกลุ่มควบคุมเรียนรู้ด้วยวิธีการแบบบรรยายใน

ห้องเรียนตามปกติ แต่ละกลุ่มใช้เวลาเรียน 19 คาบ คาบละ 50 นาที จากนั้นให้นักเรียนทำแบบทดสอบท้ายหน่วยหลังจบการเรียนในแต่ละหน่วย และทำแบบทดสอบหลังการเรียน หลังจากเรียนครบทุกหน่วย

ผลการวิจัย

สื่อที่สร้างเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน มีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ 50/50 ที่กำหนดไว้ คือ ประสิทธิภาพของสื่อระหว่างกระบวนการเรียนรู้ (E_1) มีค่าเฉลี่ย 50.06 และ ประสิทธิภาพของสื่อหลังการเรียนรู้ (E_2) มีค่าเฉลี่ย 51.29

ผู้เรียนกลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนไม่แตกต่างกับผู้เรียนกลุ่มควบคุม ที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ .05

อภิปรายและสรุปผลการวิจัย

จากผลการวิจัยวัดประสิทธิภาพของสื่อเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน สามารถสรุปได้ว่าสื่อที่สร้างมีประสิทธิภาพเหมาะสมพอที่จะนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนได้ เนื่องจากประสิทธิภาพระหว่างเรียนและหลังเรียนเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด รูปแบบการใช้สื่อนี้ผู้เรียนศึกษาการดำเนินการและสมบัติต่างๆของจำนวนเชิงซ้อนด้วยตนเอง ตามใบกิจกรรมและใบงาน โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ พบทั้งข้อดีและข้อเสียที่เกิดกับผู้เรียน โดยข้อดีของการเรียนในรูปแบบนี้ คือ ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจคุณสมบัติต่างๆของจำนวนเชิงซ้อนบางอย่างได้ง่ายกว่าการเรียนการสอนแบบปกติจากการศึกษาความสัมพันธ์ของภาพ รูปแบบการเรียนที่ให้ผู้เรียนสรุปด้วยตนเองอาจทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ที่คงทนได้ และ ผู้เรียนสามารถศึกษาทบทวนซ้ำหลายๆรอบเพื่อให้เกิดความรู้ความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น เป็นต้น ส่วนข้อเสีย ผู้เรียนบางคนไม่สามารถสรุปคุณสมบัติต่างๆได้เลยแม้ได้รับการแนะนำ คุณสมบัติบางอย่างขั้นตอนในการศึกษาจากสื่อที่สร้างอาจมีความซับซ้อนทำให้ผู้เรียนเกิดความสับสน เบื่อหน่ายได้ และ การใช้

สื่อในเวลาที่ยากอาจทำให้ผู้เรียนไม่สามารถสรุปคุณสมบัติต่างๆได้ด้วยตนเอง

เมื่อพิจารณาแต่ละหน่วยการเรียนรู้ พบว่า หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหาค่าจำนวนเชิงซ้อน ผู้เรียนส่วนใหญ่สามารถจำแนกส่วนจริง ส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้ถูกต้อง โดยพิจารณาจากการแทนจำนวนเชิงซ้อนด้วยจุดบนระนาบพิกัดฉาก หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน ผู้เรียนสามารถสรุปรูปแบบการหาค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อนได้ การศึกษาความสัมพันธ์ของภาพในสื่อทำให้ผู้เรียนสามารถใช้ความรู้เรื่องทฤษฎีบทพีทาโกรัสอธิบายรูปแบบได้ แต่มีผู้เรียนบางคนไม่สามารถสรุปด้วยตนเองได้ เนื่องจากไม่เข้าใจคุณสมบัติดังกล่าว หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว ในหน่วยนี้เมื่อผู้เรียนพิจารณาภาพจากสื่อที่สร้างส่วนใหญ่สามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติมาใช้ในการจัดรูปแบบของจำนวนเชิงซ้อนให้อยู่ในรูปเชิงขั้วได้ถูกต้อง ผู้เรียนบางคนไม่สามารถสรุปได้ เนื่องจากไม่เข้าใจการหาค่าอาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อนและความสัมพันธ์ในรูปแบบของตรีโกณมิติ หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การเท่ากัน การบวก และการคูณจำนวนเชิงซ้อน ผู้เรียนสามารถอธิบายคุณสมบัติการเท่ากันจากสื่อที่แทนด้วยจุดบนระนาบพิกัดฉากได้อย่างชัดเจน และผู้เรียนสามารถสรุปรูปแบบการบวก และการคูณของจำนวนเชิงซ้อนใดๆ ศึกษาจากความสัมพันธ์ของเวกเตอร์บอกทิศทางของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดได้ แต่ผู้เรียนบางส่วนไม่สามารถสรุปรูปแบบการคูณจำนวนเชิงซ้อนด้วยตนเองได้ เพราะเกิดความสับสนที่ต้องพิจารณาทั้งความสัมพันธ์ของขนาดและค่าอาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดกับจำนวนเชิงซ้อนผลลัพธ์ หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 สมบัติทางพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน ประกอบด้วย เอกลัทธิการบวก ตัวผกผันการบวก เอกลัทธิการคูณ ตัวผกผันการคูณ สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน และการหารจำนวนเชิงซ้อน ผู้เรียนสามารถใช้สื่อที่เคยศึกษามาก่อนหน้าในการอธิบายคุณสมบัติต่างๆได้อย่างถูกต้อง อาทิ สื่อการบวกจำนวนเชิงซ้อน

สามารถอธิบายเอกลักษณ์การบวก และตัวผกผันการบวกให้แก่ผู้เรียนได้เป็นอย่างดี ผู้เรียนส่วนใหญ่สับสนในศึกษาคุณสมบัติตัวผกผันการคูณ และการหารจำนวนเชิงซ้อน เนื่องจากมีขั้นตอนที่ซับซ้อนต้องได้รับการแนะนำจึงสามารถสรุปคุณสมบัติดังกล่าวได้ หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน ผู้เรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์เกี่ยวกับขนาดและอาร์กิวเมนต์ของรากที่ n ตัวที่ 1 และรากตัวอื่นๆของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดได้ สามารถสรุปได้ว่ารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนใดๆ จะมี n รากเสมอ แต่ผู้เรียนบางคนไม่สามารถสรุปได้เลย อาจเป็นผลจากการที่ไม่เข้าใจคุณสมบัติต่างๆที่ศึกษามาก่อนหน้านี้

จากผลการวิจัยพบว่า ผู้เรียนที่ศึกษาเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน ด้วยวิธีการค้นพบ โดยใช้โปรแกรมจิโอเมตริคส์เก็ตชแพด มีผลสัมฤทธิ์ไม่แตกต่างกับผู้เรียนที่เรียนด้วยวิธีปกติ แต่เนื่องจากการเรียนการสอนเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อน เป็นเรื่องยากจึงได้ผลสัมฤทธิ์ต่ำ ซึ่งผลที่ได้นี้คล้ายคลึงกับงานวิจัยของนาสุข (2540) สาเหตุอาจเกิดจากปัจจัยหลายด้าน ดังนี้

- รูปแบบการเรียนรู้ด้วยวิธีการค้นพบ โดยมีครูเป็นผู้แนะนำ ซึ่งผู้เรียนต้องสรุปรูปแบบความรู้ความเข้าใจด้วยตัวตนเอง ทำให้กระบวนการจัดการเรียนรู้ต้องอาศัยระยะเวลา มากกว่าการเรียนการสอนแบบปกติที่มีครูเป็นผู้สรุปเนื้อหาให้ผู้เรียนเอง ระดับความสามารถทางการเรียนของผู้เรียนที่แตกต่างกันอาจทำให้บางคนเกิดความท้อแท้ รู้สึกยุ่งยากใจที่จะต้องสรุปบทเรียนด้วยตนเอง ภายในระยะเวลาที่ยาก
- การเรียนการสอนโดยใช้โปรแกรมจิโอเมตริคส์เก็ตชแพดนั้นเป็นเป็นวิธีการที่ดีสามารถใช้เป็นเครื่องมือในการสร้างกิจกรรมการเรียนรู้ได้หลากหลาย โดยเฉพาะในเนื้อหาวิชาเรขาคณิต ซึ่งสอดคล้องกับ

การศึกษาของสมจิตร(2553) ที่ได้ศึกษาการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้เรื่องภาคตัดกรวยและเรขาคณิต โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกส์เก็ทแพด พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนส่งเสริมกระบวนการเรียนรู้ของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนไม่เบื่อ สามารถเข้าใจและมองเนื้อหาเป็นรูปธรรมได้ดีขึ้น แต่เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรม การใช้โปรแกรมจีโอเมตริกส์เก็ทแพด อธิบายคุณสมบัติบางอย่างของจำนวนเชิงซ้อนอาจมีขั้นตอนในการอธิบายที่ซับซ้อน ทำให้ผู้เรียนต้องอาศัยระยะเวลาในการศึกษา เพื่อให้เกิดองค์ความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งอาจยังไม่เหมาะสมกับการเรียนการสอนที่จำกัดระยะเวลา อย่างไรก็ตามการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนและสื่อที่ผู้วิจัยสร้างอาจทำให้ผู้เรียนเกิดความรู้ที่คงทนได้

- แบบทดสอบบางข้อมีความซับซ้อนต้องใช้คุณสมบัติมากกว่าหนึ่งคุณสมบัติในการแก้ปัญหา และบางข้อเป็นข้อสอบประยุกต์ที่ต้องอาศัยทักษะด้านการคำนวณในการหาผลลัพธ์ ซึ่งพิจารณาผลการทดสอบในแต่ละหน่วย ดังนี้
- หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การหาค่าจำนวนเชิงซ้อน ในหน่วยนี้มีระดับคะแนนเฉลี่ยสูงกว่าร้อยละ 50 ผู้เรียนมีความเข้าใจการหาค่าจำนวนเชิงซ้อนจากสื่อที่อธิบายด้วยภาพของเวกเตอร์ บอกทิศทางบนระนาบพิกัดฉาก ทำให้ผู้เรียนสามารถมีความเข้าใจจำนวนเชิงซ้อนมากขึ้น และสามารถแยกส่วนจริงส่วนจินตภาพของจำนวนเชิงซ้อนได้ถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ

ผลการศึกษาของไอริน ที่ได้ศึกษาการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนโดยการนำเสนอโมเดลผ่านกราฟ พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถจำแนกความแตกต่างระหว่างจำนวนเชิงซ้อน จำนวนจริง และจำนวนจินตภาพได้

- หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเชิงซ้อน ระดับคะแนนเฉลี่ยในหน่วยนี้ต่ำกว่าร้อยละ 50 ผลที่ได้แสดงให้เห็นว่า การอธิบายโดยการให้ตัวอย่างในการคำนวณอาจทำให้ผู้เรียนสามารถทำความเข้าใจได้ง่ายกว่าการค้นหาคูสมบัติจากสื่อ เนื่องจากรูปแบบของการคำนวณไม่ซับซ้อนจึงไม่มีความจำเป็นต้องอธิบายด้วยภาพ ซึ่งจะเกิดความยุ่งยากมากขึ้น
- หน่วยการเรียนรู้ที่ 3 จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว จากการวิเคราะห์ที่ทราบแล้วว่าจะแนบที่ได้จากการวัดระดับความรู้หน่วยนี้ค่าเฉลี่ยสูงสุด อาจเป็นเพราะการอธิบายด้วยรูปภาพและการได้รับคำแนะนำจากผู้วิจัย ทำให้ผู้เรียนสามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติมาใช้ ผู้เรียนจึงเกิดความเข้าใจได้ดียิ่งขึ้น
- หน่วยการเรียนรู้ที่ 4 การเท่ากัน การบวก และการคูณจำนวนเชิงซ้อน ในทำนองเดียวกันจากผลการวิเคราะห์ที่ได้ว่า ผู้เรียนมีผลการทดสอบในหน่วยนี้มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าร้อยละ 50 ทำให้ทราบว่า การคำนวณโดยใช้คุณสมบัติทางพีชคณิตเพื่ออธิบายอาจจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจได้ง่ายกว่าการหาความสัมพันธ์ของจำนวนเชิงซ้อนจากสื่อ ผู้เรียนบางคนไม่สามารถสรุปรูปแบบการ

บวกจำนวนเชิงซ้อนจากการศึกษาสื่อได้ด้วยตนเอง แต่จำรูปแบบการบวกโดยสมบัติพีชคณิตได้

- หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 สมบัติทางพีชคณิตของจำนวนเชิงซ้อน ประกอบด้วย เอกลักษณะการบวก ตัวผกผันการบวก เอกลักษณะการคูณ ตัวผกผันการคูณ สังยุคของจำนวนเชิงซ้อน และการหารจำนวนเชิงซ้อน ในหน่วยนี้การใช้ภาพประกอบการอธิบายคุณสมบัติที่กล่าวมานั้น ทำให้ผู้เรียนมีความรู้ความเข้าใจสามารถสรุปคุณสมบัติต่างๆด้วยตนเอง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
- หน่วยการเรียนรู้ที่ 6 รากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน เนื่องจากเรื่องนี้เป็นเรื่องที่มีเนื้อหาเป็นนามธรรมมาก ทำให้มีระดับคะแนนเฉลี่ยต่ำที่สุด แบบทดสอบการค่าของรากนั้นเป็นข้อสอบที่เน้นการคำนวณทั่วไป การทำความเข้าใจจากสื่ออาจจะทำให้เกิดความสับสนและยุ่งยากกว่าการให้สูตรแล้วคำนวณโดยตรง

อย่างไรก็ตามสื่อเรื่องระบบจำนวนเชิงซ้อนที่เรียนรู้ด้วยวิธีการค้นพบ โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเกตช์แพด สามารถพัฒนาให้เป็นสื่อที่เรียนรู้ด้วยตัวเองได้ โดยการเพิ่มขั้นตอนการเรียนรู้ในส่วนที่ครูผู้สอนต้องเป็นผู้แนะนำ ให้ผู้เรียนศึกษาเองจากโปรแกรม และผู้เรียนสามารถกลับไปทบทวนซ้ำเพื่อให้เกิดความเข้าใจได้

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี และคณะครูโรงเรียนบางปะกอกวิทยาคม

ทุกท่าน ที่ช่วยสนับสนุนการศึกษาในระดับบัณฑิตศึกษา

เอกสารอ้างอิง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

2546. เรียนรู้การใช้งานเบื้องต้น The Geometer's Sketchpad ซอฟต์แวร์สำรวจเชิงคณิตศาสตร์ เรขาคณิตพลวัต. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.

กฤษฎาง แก้วโสภา. 2542. สรุปสาระสำคัญของพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพฯ : บริษัท บพิตรการพิมพ์ จำกัด.

ไอริน ชุ่มเมืองเย็น. 2551. การพัฒนาการเรียนรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อน โดยการนำเสนอโมเดลผ่านกราฟ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนนวมินทราชูทิศ พายัพ. วิทยานิพนธ์ปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ปริทรรศน์ มโนแก้ว. 2553. การสร้างคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเรื่องจำนวนเชิงซ้อนระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง โดยใช้โปรแกรมจีโอเมตริกสเกตช์แพด. การค้นคว้าแบบอิสระปริญญาศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

นำสุข กลางสูงเนิน. 2540. การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง “ระบบจำนวนเชิงซ้อน” โดยใช้สื่อประสมกับการสอนแบบปกติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนร่มเกล้า จังหวัดบุรีรัมย์. วิทยานิพนธ์ปริญญาศิลปศาสตรมหาบัณฑิต (ศึกษาศาสตร์-การสอน) สาขาการสอนคณิตศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

สมจิตร บุญเทียม. 2553. การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้
เรื่องภาคตัดกรวย โดยใช้โปรแกรมจีเอสพี (The
Geometer's Sketchpad Program : GSP).
วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.